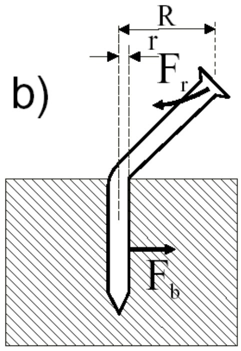
LATVIJAS UNIVERSITĀTE
LATVIJAS 30. ATKLĀTĀ FIZIKAS OLIMPIĀDE
2005. gada 15. aprīlī

V. Fļorovs, D. Docenko, V. Kaščejevs, D. Bočarovs

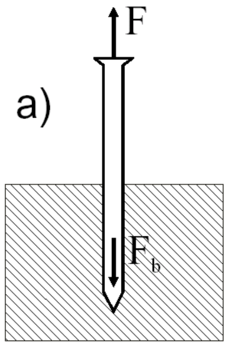
Uzdevumi un atrisinājumi

1. uzdevums. Eksperiments “Olimpiādes nagla”

Dēlī iedzen naglu aptuveni līdz pusei. Nagla ir jāizvelk “ar plikām rokām”, neizmantojot nekādus papildus instrumentus. Jebkurā gadījumā – vai nu to izdara kāds no olimpiādes dalībniekiem, vai nu nodemonstrē rīkotāji – jums ir jāizskaidro, kāpēc tas izdevās



Atrisinājums:



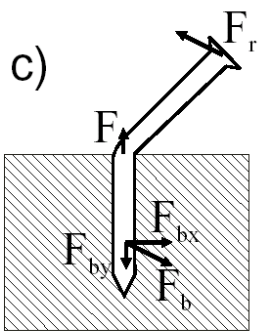
Izvilkt naglu “tiešā ceļā”, velkot to perpendikulāri virsmai, gandrīz nav iespējami (varbūt ir sastopami arī cilvēki, kuri to varētu izdarīt, bet parasti starp fizikas olimpiādes dalībniekiem tādu nav). Izvilkt naglu ir relatīvi vienkārši to saliecot un griežot ap naglas asi.

Mēģināsim izskaidrot, kāpēc šajā gadījuma izvilkt naglu ir daudz vienkāršāk.

Gadījumā, kad mēs velkam naglu perpendikulāri (Zim. a) virsmai spēku vienādība dod:
$F = F_b$

Griežot naglu (Zim. b), izpildās momentu vienādība:
$F_r R = F_b r$,
kur r ir naglas rādiuss, bet R ir spēka momenta plecs, kas izveidojas pēc naglas saliekšanas.

Pievērsīsim uzmanību faktam, ka F_b, kas darbojas naglas griešanas rezultātā, pēc absolūtās vērtības sakrīt ar berzes spēka absolūto vērtību iepriekšējā gadījumā.

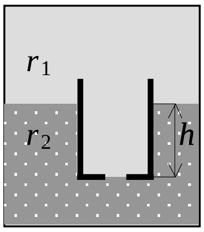


Apskatīsim, kas notiks, ja mēs velkam naglu, to griežot (Zim. c).
F_b darbojas naglas kustībai pretējā virzienā. Mēs varam sadalīt berzes spēku divās perpendikulārās komponentēs. Komponente F_{bx} darbojas naglas rotācijas dēļ, komponente F_{by} pretī F.

Saprotams, ka izvilkšanas spēkam F jābut mazam (lielu spēku cilvēks nevar pielikt). Bet mums palīdz tas, ka berzes spēks F_b ir nemainīgs pēc moduļa, un tā komponentes F_{bx} un F_{by} ir saistītas ar sakarību

$$F_b = \sqrt{F_{bx}^{\ 2} + F_{by}^{\ 2}} = \sqrt{\left(\frac{F_r R}{r}\right)^2 + F^2}$$

Gadījumā, kad izvilkšanas spēks F un līdz ar to berzes spēka projekcija F_{by} ir mazi, berzes spēka projekcijai F_{bx} ir jābūt lielai (jo rezultējošais berzes spēks F_b saglabā savu moduli), bet to viegli kompensēt ar sviras palīdzību. Līdz ar to mēs varam izvilkt naglu pat ar mazu spēku F.



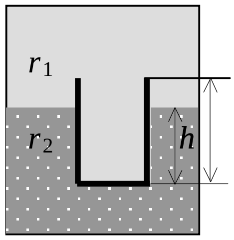
2. uzdevums. “Atbildi meklē glāzes dibenā”

Uz divu atšķirīgu blīvumu (ρ_1 un ρ_2) šķidrumu robežas peld ar virsējo šķidrumu līdz malai piepildīta glāze. Tās iegrimšanas dziļums apakšējā šķidrumā ir ***h***. Glāzes sānu iekšējais un ārējais rādiusi ir ***r*** un ***R***, bet glāzes dibens ir ļoti plāns. Piepeši glāzes dibenā rodas neliels caurums.

Noteikt glāzes iegrimšanas dziļumu *H* pēc tam, kad šķidrumi ir pārstājuši pārtecēt un sistēmā ir atkal iestājies līdzsvars!

Atrisinājums:

Līdzsvara vienādojums pirmā gadījumā ir:



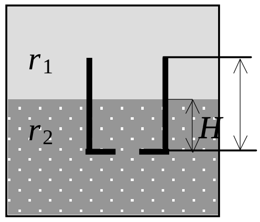
$$mg + m_1 g = F_A,$$

kur *m* ir glāzes masa, $m_1 = r_1 p r^2 L$ – šķidruma masa glāzes iekšpusē (L ir glāzes augstums), F_A – Arhimēda cēlējspēks.

Ja ķermenis peld uz divu šķidrumu robežas tā, ka pirmajā šķidrumā atrodas ķermeņa daļa ar tilpumu V_1, bet otrajā šķidrumā – ķermeņa daļa ar tilpumu V_2, tad uz ķermeni darbojas Arhimēda spēks, kas ir vienāds ar

$F_A = r_1 g V_1 + r_2 g V_2$. Pielīdzinot abas spēka izteiksmes, iegūstam sekojošu līdzsvara nosacījumu pirms cauruma rašanās: $mg + r_1 g p r^2 L = r_1 g p R^2 (L - h) + r_2 g p R^2 h.$

Kad glāzes dibenā rodas caurums, apakšējais šķidrums sāk ietecēt glāzē, tādā veidā izspiežot augšējo šķidrumu. Process turpināsies līdz brīdim, kad šķidrumu robeža glāzes iekšpusē un ārpuse būs vienā līmenī. Analoģiski var uzrakstīt jaunā līdzsvara nosacījumu:



$$mg + r_1 g p\, r^2 (L - H) + r_2 g p\, r^2 H = r_1 g p\, R^2 (L - H) + r_2 g p\, R^2 H.$$

Atņemot no otrā vienādojuma pirmo, iegūstam uzdevuma atbildi:

$$H = \frac{hR^2}{(R^2 - r^2)} \ .$$

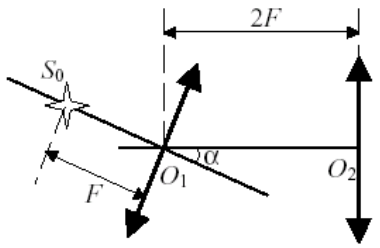
Ir vietā pavaicāt: vai glāze nenogrims pēc cauruma rašanās? Glāze var nogrimt, ja $h \geq L$, vai $H \geq L$. Saskaņā ar sākuma nosacījumu, kā tas ir parādīts zīmējumā, $h < L$. Savukārt otrajā gadījumā pēc noklusēšanas tika pieņemts, ka $H < L$. Protams, ja šīs nosacījums neizpildīsies, glāze nogrims.

Var rasties jautājums, vai glāze nenogrims pēc cauruma rašanās. Tas var notikt, ja pēc gala formulas atrastais glāzes iegrimšanas dziļums būs lielāks par glāzes augstumu: $H \geq L$. Atradīsim, kādā gadījumā tas notiks. Izteiksim no sākuma līdzsvara nosacījuma *h* caur blīvumiem (glāzes blīvums ir $r_{gl} = m/\left(L\left(pR^2 - pr^2\right)\right)$, jo glāzes dibens ir ļoti plāns): $h = L\dfrac{r_{gl} - r_1}{r_2 - r_1}\dfrac{R^2 - r^2}{R^2}$.

Tagad, ievietojot to jaunā iegrimšanas dziļuma izteiksmē, iegūsim, ka $H = L(r_{gl} - r_1)/(r_2 - r_1)$. Tā kā $r_2 > r_1$ (pretējā gadījumā stabila šķidrumu sadales virsma nav iespējama), ir viegli redzēt, ka $H > L$, ja $r_{gl} > r_2$, t.i., ja glāzes blīvums ir lielāks par zemāka šķidruma blīvumu. Šis rezultāts ir intuitīvi skaidrs, jo ķermenim ar blīvumu, kurš lielāks par abu šķidrumu blīvumiem, neapšaubāmi ir jānogrimst.

Var rasties arī cits jautājums: vai glāze neapgāzīsies pēc cauruma rašanas? Ne jau katrs objekts būs stabili stāvošs uz šķidruma virsmas. Izrisinot stabilitātes nosacījumu (šo uzdevumu mēs atstājam lasītājam), var parādīt, ka, pirmkārt, ja glāze ir stabila sākuma stāvoklī, tad tā neapgāzīsies arī pēc cauruma rašanās, un, otrkārt, sākuma stāvoklī glāze neapgāzīsies, ja tās smaguma centrs atrodas zem šķidrumu sadalošās virsmas, bet pats stabilitātes nosacījums izskatās šādi: $r_{gl} > \dfrac{r_1 + r_2}{2}$). Šo nosacījumu iegūšana var būt visai komplicēta (skat. V. Fļorovs, A. Cēbers, L. Šmits. Latvijas atklātā fizikas olimpiāde 1976–1994, uzd. 15.21).

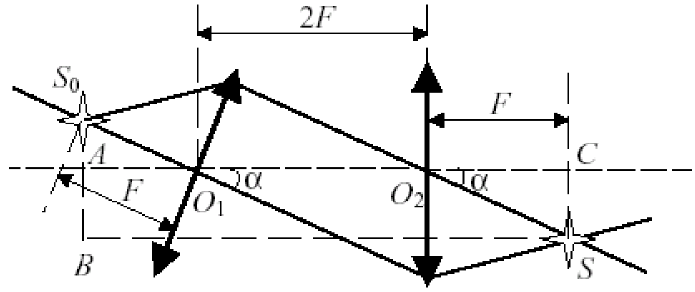
Abi šie papildus jautājumi netika uzdoti olimpiādes gaitā, bet tika vērtēti pozitīvi, ja skolnieks tos pats ir izpratis un devis korektu izskaidrojumu.



3. uzdevums. "Šķības lēcas" Divas vienādas savācējlēcas ar fokusa attālumu F ir novietotas slīpi viena pret otru tā, ka leņķis starp to galvenajām optiskajām asīm ir vienāds ar **α**. Otrās lēcas galvenā optiskā ass iziet caur pirmās lēcas optisko centru O_1, bet attālums starp abu lēcu centriem O_1O_2 ir vienāds ar divkāršu lēcas fokusa attālumu 2F. Pirmās lēcas fokusā ir novietots punktveida gaismas avots S_0.

Noteikt attālumu $L = S_0S$ starp gaismas avotu un tā attēlu S abu lēcu sistēmā!

Atrisinājums:



Noteiksim gaismas avota S_0 attēla novietojumu dotajā lēcu sistēmā. Ir acīmredzami, ka pēc laušanas pirmajā lēcā gaismas stari veidos paralēlu kūli, jo staru avots atrodas pirmās lēcas fokusā. Taču šis kūlis nav paralēls otrās lēcas galvenajai optiskajai asij.

No skolas optikas kursa ir zināms, ka šajā gadījumā lēca fokusē paralēlu staru kūli punktā, kas atrodas t.s. fokālajā plaknē, kas ir perpendikulāra lēcas galvenajai optiskajai asij un iziet caur tās fokusu (plakne *SC* zīmējumā).

Par atbalsta staru tiek izvēlēts stars S_0O_1, kas bez laušanas iziet cauri pirmās lēcas optiskajam centram. Savukārt stars O_2S, kas iziet bez laušanas caur otrās lēcas optisko centru, un kas ir paralēls atbalsta staram telpā starp lēcām, tiek izvēlēts par palīgstaru. Pēc iziešanas caur otro lēcu paralēlo staru kūlis konverģē attēla punktā *S*, kurš atrodas fokālajā plaknē.

No taisnleņķa trīsstūra S_0BS var izteikt meklējamo attālumu $L = S_0S$:

$L^2=S_0B^2+BS^2$.

Vajadzīgie lielumi tiek notekti pēc zīmējuma:

$S_0B= S_0A+AB$, $S_0A=F \sin\alpha$, $AB=SC=F \operatorname{tg}\alpha$; $BS = 3F + AO_1$, $AO_1=F\cos\alpha$.

Apvienojot formulas, izgūst uzdevuma atbildi:

$$L = F\sqrt{(3+\cos a)^2 + (\sin a + \operatorname{tg} a)^2}$$

Izanalizēsim šo atbildi. Diemžēl, lēcas analitiskais modelis tikai tuvināti apraksta reālas lēcas. Piemēram, lēcas vienādojuma izvešanai tika izmantots mazo leņķu tuvinājums, t.i., pieņēmums, ka staru kūļa lēnķis attiecībā pret galveno optisko asi ir mazs (t.i., lēnķis α ir mazs). Tad var izmantot tuvinātas trigonometrisko funkciju izteiksmes: $\sin\alpha \approx \alpha$, $\cos\alpha \approx 1 - 1/2\alpha^2$ un $\operatorname{tg}\alpha \approx \alpha$,, kur leņķis ir izteikts radianos.
Ievietojot šo tuvinājumu gala formulā un neņemot vērā locekļus ar augstāko α pakāpi, mēs iegūsim, ka

$$L \approx F\sqrt{(3+1)^2 + (a + a)^2} \approx F\sqrt{16+4a^2} \approx 4F \ .$$

Tāpēc ir korekti arī teikt, ka attālums starp gaismas avotu un tā attēlu ir 4F. Abi atbildes varianti ir pareizi mazo leņķu tuvinājumā, un abi tika uzskatīti par pareizajiem.
Taču atgriezīsimies īsumā pie reālām lēcām. Izmantojot trigonometrisko funkciju precīzākas, bet joprojam tuvinātas izteiksmes, kas izrādīsies, ka lēcas fokāla virsma nav plakne, bet ir liekta (tās forma ir atkarīga no lēcas parametriem (stikla laušanas koeficienta un virsmas liekuma). Šī fokālas plaknes liekuma dēļ reāls attālums L atšķīrsies no vērtības 4F, izskaitļotās mazo leņķu tuvinājum_ā, par nezināmo faktoru, kas ir ar kārtu α^2.

4. uzdevums. "Vara vads"

Kvadrātveida šķērsgriezuma S_1 = 1 mm^2 vara vads izkūst, ja pa to plūst strāva, ne mazāka par I_1 = 10 A. Kāda minimāla stipruma I_2 strāvai ir jāplūst pa otru vara vadu, kura šķērsgriezums arī ir kvadrātisks, bet šķērsgriezuma laukums ir S_2 = 16 mm^2, lai tas arī izkustu? (Uzskatīt, ka siltuma daudzums Q, kas noplūst apkārtējā vidē laika vienībā, ir proporcionāls vada sānu virsmas laukumam σ, un ir vienāds ar $Q = k\,\sigma$, kur k ir proporcionalitātes koeficients).

Atrisinājums:

Aizdomāsimies, kad vada temperatūra nemainīsies laikā? Tikai tad, kad vads visu enerģiju, ko saņem no tīkla, atdod apkārtējai videi. Kas notiek, ja tam tiek pievadīta papildus enerģija (palielinās strāva)? Paaugstināsies vada temperatūra, ar to augs arī siltuma zudumi apkārtējā vidē, un jauna līdzsvara temperatūra būs augstāka. Bet ja vads jau ir sasniedzis kušanas temperatūru? Tad neliels strāvas palielinājums noved pie tā, ka vads izkūst. Tāpēc mums ir jāatrod tāda strāva, kas atbilst kušanas temperatūrai.

Pirmais un otrais vads vienā laika vienībā atdod apkārtējai videi sekojošus siltuma daudzumus:

$Q_1 = ks_1 = 4kL\sqrt{S_1}$ un $Q_2 = ks_2 = 4kL\sqrt{S_2}$, kur $4\sqrt{S}$ ir vadu perimetri.

Līdzsvara vienādojumi abiem vadiem ir izsakāmas šādi:

$I_1^{\,2}R_1 = 4kL\sqrt{S_1}$, $I_2^{\,2}R_2 = 4kL\sqrt{S_2}$ vai arī, lietojot formulu $R = r\dfrac{L}{S}$,

$I_1^{\,2}\, r\dfrac{L}{S_1} = 4kL\sqrt{S_1}$ un $I_2^{\,2}\, r\dfrac{L}{S_2} = 4kL\sqrt{S_2}$.

Un no šīs sistēmas var viegli atrast, ka $\left(\dfrac{I_2}{I_1}\right)^2 = \dfrac{S_2\sqrt{S_2}}{S_1\sqrt{S_1}}$. Un, līdz ar to, $I_2 = I_1\sqrt{\dfrac{S_2\sqrt{S_2}}{S_1\sqrt{S_1}}}$ = 80 A.

5. uzdevums. “Gadījums nakts ekspresī”

Braucot pa horizontālu ceļu un tuvojoties stacijai ar ātrumu v = 72 km/h, vilciens sāk vienmērīgi bremzēt. Aprēķināt īsāko laiku, kurā vilciens var paspēt apstāties pie nosacījuma, ka vagonā guļošais ceļotājs nedrīkst noslīdēt no savas guļvietas? (Uzskatīt, ka berzes koeficients starp vagona kupejas guļvietu un uz tās novietoto matraci, uz kura guļ ceļotājs, ir **μ**= 0,2).

Atrisinājums:

Lai pasažieris nenoslīdētu miera berzes spēkam, kura maksimālā vērtība ir mmg, jāspēj piešķirt nepieciešamo paātrinājumu a. No II Ņūtona likuma $ma = mgm$ iegūstam, ka maksimālā paātrinājuma vērtība $a = mg$. Izmantojot sakarību starp paieto ceļu un paātrinājumu vienmērīgi palēninātā kustībā $S = \frac{v_0^2}{2a}$ iegūstam S = 100 m. Tātad uzdevumā prasītājā bremzēšanas laika $t = \frac{v_0}{mg} = 10.2$ s vilciens būs nobraucis diezgan ievērojamu attālumu 100 m.

6. uzdevums. "Dzesēšana ar ūdeni"

Iekārtu, kura attīsta N = 60 kW lielu jaudu, dzesē ar tekošu ūdeni. Ūdens plūst ar ātrumu v = 3 m/s pa spirālveida cauruli, kuras diametrs ir D=20 mm.

Par cik grādiem ΔT sasilst stacionārā režīmā pa cauruli izgājušais ūdens, ja pieņem, ka visa iekārtas izdalītā enerģija tiek patērēta ūdens sildīšanai?

Atrisinājums:

Stacionārā režīmā laikā $\Delta\tau$ caurule ar ūdeni absorbē siltuma daudzumu $Q = N\Delta t$.

Savukārt lai uzsildītu ūdeni par ΔT grādiem, ir nepieciešams siltuma daudzums $Q = cm\Delta T$, kur c ir ūdens īpatnējā siltumietilpība. Ūdens masu m var izteikt, kā $m = rV = rLS$, kur $S = \frac{1}{4}pD^2$ – caurules šķērsgriezuma laukums, L – caurules garums un ρ – ūdens blīvums. Ūdens absorbē siltumu laika intervālā $\Delta t = L / v$, kamēr tas kustas ar ātrumu v pa cauruli iekārtas iekšienē.

Apvienojot siltuma daudzuma izteiksmes kopā, mēs iegūsim:

$$N\frac{L}{v} = crL\frac{pD^2}{4}\Delta T .$$

Izsakot ūdens temperatūras izmaiņu, iegūsim atbildi:

$$\Delta T = \frac{4N}{pvcrD^2} \approx \mathbf{15.2°}$$

7. uzdevums. "Izšķirošā lietus lāse"

Bezvējā no liela augstuma krīt lietus lāse. Laika sprīdī, kad lāses paātrinājums sasniedza a = 7,5 m/s^2, tās ātrums bija v = 20 m/s. Zemes tuvumā lāse krita ar konstantu ātrumu, un, trāpot pa automašīnas sānstiklu, atstāja uz tā pēdu α = 30º leņķī pret vertikāli.

Vai ceļu policists drīkst sodīt autovadītāju par braukšanas ātruma pārsniegšanu, ja šajā ceļa posmā ir atļauts braukt ar ātrumu līdz v_0 = 50 km/h? (Uzskatīt, ka gaisa pretestības spēks $F = kv^2$ ir proporcionāls lāses ātruma kvadrātam).

Atrisinājums:

Pierakstot otro Ņūtona likumu tam brīdim, kad lāses paātrinājums ir a, bet ātrums v, iegūstam:

$$ma = P - F_P = mg - kv^2,$$

kur $P = mg$ – gravitācijas spēks, kas darbojas uz lāsi, $F_P = kv^2$ – gaisa pretestības spēks šajā brīdi.

Pie zemes lāse kustas ar konstantu ātrumu v_1, līdz ar to $mg = kv_1^2$.

Tā kā leņķis starp vertikāli un lāses pēdu ir $\alpha = 30^\circ$, tad lāses ātrums v_1 un automobiļa ātrums v_a ir saistīti ar izteiksmi

$v_a = v_1 \operatorname{tg} \alpha$

Izmantojot uzrakstītos vienādojumus, atrodam automobiļa ātrumu:

$$v_a = \frac{v \operatorname{tg} a}{\sqrt{1 - \frac{a}{g}}} \approx 21{,}2 \frac{m}{s} \approx 76{,}3 \frac{km}{st}.$$

Kā redzam, sods autovadītājam tomēr būs jāsamaksā.

8. uzdevums. "Ūdensmetējs"

Ātrgaitas kuteri darbina ūdensmetējs, kas ņem ūdeni no tās pašas ūdenstilpnes, kurā peld kuteris. Katru sekundi ūdensmetēja dzinējs ar ātrumu *u* izmet ūdens masu *m* no kutera pakaļgala.

Kādam kutera ātrumam *v* atbilst vislielākais dzinēja lietderības koeficients? (Gaisa un ūdens pretestību kutera kustībai neievērot!)

Atrisinājums:

Pilnais darbs, kuru veic dzinējs mazā laika sprīdī Δt ir vienāds ar izmestā ūdens kinētisko enerģiju.

Ūdens masa, kas izmesta šajā laika posmā ir mΔt, un līdz ar to pilnais darbs ir vienāds ar

$$A_P = \frac{mu^2\Delta t}{2}$$

Bet apskatāmajā laikā pastrādātais lietderīgais darbs A_L ir vienāds ar kutera un ūdens kinētiskas enerģijas izmaiņu.

Pieņemot, ka kuģa masa kopā ar ūdens piesaistīto masu ir *M*, varam pierakstīt, ka

$$A_L = \frac{M(v+\Delta v)^2}{2} - \frac{Mv^2}{2} \approx Mv\Delta v$$ (atmetot locekli ar kārtu $(\Delta v)^2$).

Tā kā ūdens piesaistītās masas lielums tieši atbildē neparādās, to sīkāk apskatīt nav nepieciešams. Atzīmēsim vienīgi, ka ķermenim kustoties šķidrumā tas iekustina arī to. Iekustinātā šķidruma kinētisko enerģiju raksturo piesaistīta masa.

Lai atrastu $M\Delta v$, izmantosim impulsa nezūdamības likumu. Tā kā mēs neesam ņēmuši vērā berzi un ūdens pretestību, sistēmas "ūdens – kuģis" impulss ir nemainīgs un mēs varam rakstīt:

$Mv = M(v+\Delta v) - m(u-v)\Delta t$, kur labā vienādības pusē stāv sistēmas impulss pēc laika Δt (kutera un ūdens jaunais impulss un izsviestās ūdens masas $m\Delta t$ impulss). Piezīmēsim, ka būtu korekti ievērot piesaistītās masas efektu arī izsviestā ūdens masai. Šajā vienkāršotajā risinājumā to neievērojam.

Atverot iekavas iegūstam, ka $M\Delta v = m(u-v)\Delta t$.

Tādējādi lietderības koeficients ir

$$h = \frac{A_L}{A_P} = 2\frac{vm(u-v)\Delta t}{mu^2\Delta t} = 2\frac{(u-v)v}{u^2}.$$

Tā kā funkcijas $h(v)$ grafiks ir parabola ar virsotni punktā $v = u/2$, tad pie šīs kutera ātruma vērtības lietderības koeficients būs maksimālais.

9. uzdevums. "Dīvaina vārīšanās"

Traukā noslāņojušies divi šķidrumi, kas nesajaucas: tetrahlorogleklis CCl_4 un virs tā – ūdens. Normālā atmosfēras spiedienā p = 760 mm Hg tetrahlorogleklis vārās 76,7 ºC temperatūrā, bet ūdens – 100 ºC temperatūrā. Lēnām sildot trauku ūdens vannā, uz šķidrumu robežas sāk veidoties burbulīši no abu šķidrumu tvaikiem. Šķidrumi uz tos atdalošās robežas sāk vārīties 65,5 ºC temperatūrā, kad hloroglekļa piesātināto tvaiku spiediens kļūst vienāds ar p_1 = 568 mm Hg.

Noteikt CCl_4 un H_2O tvaiku masu attiecību m_1/m_2 pēc kāda laika, kopš ir sākusies vārīšanās uz abu šķidrumu robežas! (Šajā laikā neviens no šķidrumiem traukā pilnīgi neiztvaiko).

Atrisinājums:

Kā mēs zinām, vārīšanās notiek pie nosacījuma, ka piesātināto tvaiku spiediens burbulīšos, kas veidojas šķidrumā, ir vienāds ar ārējo spiedienu.

"Robežvārīšanās" gadījumā burbulīši, kas uz veidojas ūdens un tetrahloroglekļa robežas, satur tikai abu vielu tvaikus, pie kam tetrahloroglekļa parciālā spiediena p_1 un ūdens tvaiku parciālā spiediena p_2 summa ir vienāda ar ārējo atmosfēras spiedienu:

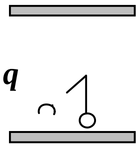
$p = p_1 + p_2$ un $p_2 = p - p_1$.

Uzrakstīsim stāvokļa vienādojumus CCl_4 un H_2O tvaikiem, pieņemot tos par ideālām gāzēm.

$p_1 V = \frac{m_1 RT}{m_1}$, un $p_2 V = (p - p_1)V = \frac{m_2 RT}{m_2}$, kur μ_1=153,6 g/mol un μ_2=18 g/mol ir, attiecīgi, CCl_4 un H_2O molu masas.

No šīm sakarībām iegūstam atbildi: $\frac{m_1}{m_2} = \frac{(p - p_1)m_1}{p_1 m_2} = \frac{568 \cdot 153{,}6}{192 \cdot 18} \approx 25$

10. uzdevums. “Uzlādētais svārsts”



Maza lodīte, kas ir iekārta diegā starp plakana, uzlādēta kondensatora horizontālām plaknēm, svārstās ar mazu amplitūdu un periodu T_1 = 1 s. Lodes lādiņš ir q = 2·10^{-5} C un masa – m = 1,3 g. Nomainot kondensatora klājumu lādiņu zīmes uz pretējām, bet saglabājot to absolūto vērtību, lodītes svārstību periods kļūst vienāds ar T_2 = 1,5 s. Pieņemt, ka lodītes elektriskais lādiņš neietekmē kondensatora elektrisko lauku.

Noteikt elektriskā lauka intensitātes E vērtību kondensatora iekšpusē.

Atrisinājums:

Saprotams, ka gadījumā, kad kondensators nav uzlādēts, uz lodīti darbojas tikai smaguma spēks, un $T = 2p\sqrt{\dfrac{L}{g}} = 2p\sqrt{\dfrac{Lm}{mg}} = 2p\sqrt{\dfrac{Lm}{P}}$, kur T ir lodītes svārstību periods, L ir diega garums, P ir svars un m ir svārsta masa.

Izvēlēsimies ass virzienu uz leju.

Ja kondensators ir uzlādēts, tad uz lodīti sāk darboties ne tikai smaguma spēks, bet arī elektrostatiskais spēks $F = \pm qE$, kur E ir elektrostatiskā lauka intensitāte. Kā izmainīsies šajā gadījumā matemātiskā svārsta periods? Saucējā stāvēs nevis smaguma spēks , bet elektrostatiska spēka un smaguma spēka summa

Līdz ar to svārstību periods ir $T_{1,2} = 2p\sqrt{\dfrac{Lm}{|mg \pm qE|}}$.

Kāpēc saucējs ir zem moduļa zīmes? Tādēļ, ka mēs nevaram būs pārliecināti vai rezultējošais spēks būs vērsts izvēlētajā ass virziena, jo var gadīties, ka elektrostatiskais spēks būs lielāks par smaguma spēku.

Apskatīsim visus gadījumus.

1. Smaguma spēks lielāks par elektrostatisko spēku: $|gm| > |qE|$.

Rezultējošie spēki $F_1 = gm + qE$ un $F_2 = gm - qE$ abos gadījumos ir vērsti uz leju. Tad lodītes svārstību periodi abu elektriskā lauka virzienu gadījumos ir $T_1 = 2p\sqrt{\dfrac{mL}{gm+qE}}$ un $T_2 = 2p\sqrt{\dfrac{mL}{gm-qE}}$. No tiem mēs varam izteikt L un pielīdzināt:

$L = \dfrac{T_1^{\,2}(gm+qE)}{4p^2 m} = \dfrac{T_2^{\,2}(gm-qE)}{4p^2 m}$. Atrisinot šo vienādojumu attiecībā pret elektrostatiskā lauka intensitāti E atrodam, ka $E_1 = \dfrac{mg(T_2^{\,2} - T_1^{\,2})}{q(T_1^{\,2} + T_2^{\,2})} \approx 245\dfrac{V}{m}$.

2. Elektrostatiskais spēks ir lielāks par gravitācijas spēku $|gm| < |qE|$.

Pēc kondensatora pārlādes, rezultējošais spēks $F_2 = gm - qE$ būs vērsts uz augšu, un lodīte svārstīsies virs piekares punkta. Atbilstoši svārstību periodi ir:

$T_1 = 2p\sqrt{\dfrac{mL}{gm+qE}}$, un $T_2 = 2p\sqrt{\dfrac{mL}{qE-gm}}$.

Līdzīgi pirmajam gadījumam, no periodu izteiksmēm iegūsim, ka $E_2 = \dfrac{mg(T_2^{\,2} + T_1^{\,2})}{q(T_2^{\,2} - T_1^{\,2})} \approx 1656\dfrac{V}{m}$.

3. $|gm| = |qE|$.

Svārstību pavisam nav, kas neatbilst uzdevuma nosacījumam.