LATVIJAS UNIVERSITĀTE
LATVIJAS 29. ATKLĀTĀ FIZIKAS OLIMPIĀDE
2004. gada 18. aprīlī

V. Fļorovs, D. Docenko, V. Kaščejevs, D. Bočarovs

Uzdevumi un atrisinājumi

1. uzdevums. Eksperiments "Pilienu cepšana" *(9.–12. klase)*

Uz horizontālas sakarsētas virsmas (gludekļa, elektriskās krāsns, pannas utt.) uzšļaksta nedaudz ūdens. Kamēr virsmas temperatūra ir zem 100 ºC, ūdens šļakata izplūst pa virsmu un iztvaiko. Bet, kad virsmas temperatūra jūtami pārsniedz 100 ºC, uz tās nokritušā pile uzvedas citādi: šļakata atlec no virsmas, sašķīst mazākos pilieniņos, kuri pēc vairākkārtīgās "atstarošanas" kustās praktiski nepieskaroties sakarsētai virsmai.

Izskaidrojiet eksperimentu! (*Olimpiādes laikā eksperiments tika demonstrēts skolēniem.*)

Eksperimenta izskaidrojums.

Pile uz stipri uzkarsētas virsmas var brīvi slīdēt, pateicoties plānam gāzes slānītim („tvaika spilvenam") starp piles virsmu un sildvirsmu.

Apskatīsim novērotās situācijas:

1. zīm.

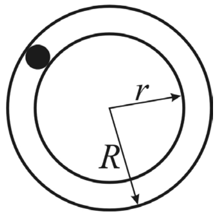
1) Ja pile atrodas tiešā kontaktā ar sildvirsmu (shematiski attēlots 1. zīm.), siltuma pārnese no virsmas uz ūdeni notiek ļoti efektīgi, jo to nosaka metāla siltumvadāmība. Kamēr virsmas temperatūra paliek zemāka par 100 ºC, ūdens iztvaiko no piles augšējās virsmas. Savukārt, sildvirsmai uzkarstot virs 100 ºC, sākas daudz efektīgāks vārīšanās process, un pile ātri izgaro.

2) Apskatīsim tagad situāciju, kad pile slīd uz „tvaika spilvena" (2. zīm). Lai uzturētu paaugstinātu spiedienu zem piles, ir vajadzīga pietiekami intensīva iztvaikošana no piles apakšējās virsmas. T.k. šajā gadījumā siltuma pārnesi nosaka starojums un konvekcija, siltumatdeve notiek ne tik efektīgi kā pirmajā gadījumā, un *sildvirsmai ir jābūt pietiekami uzkarsētai*, lai uzturētu „lidošanai" nepieciešamo tvaika rašanās ātrumu. Apskatītais *līdzsvars ir stabils*: ja pile nejauši nedaudz pietuvosies sildvirsmai, saņemtā siltuma daudzums palielināsies, kā rezultātā nedaudz pieaugs iztvaikošanas ātrums un radušais tvaika papildspiediens atgriezīs pili atpakaļ. Tādējādi gāzes slānītis starp pili un sildvirsmu darbojas kā sava veida elastīga atspere.

2. zīm.

3) Kas notiek sākotnēji aukstai pilei uzkrītot stipri uzkarsētai virsmai? Tā momentāni uzkarst līdz 100 ºC un sāk intensīvi vārīties tieša kontakta ar sildvirsmu dēļ. Tvaiks tiek saražots tik strauji, ka piliens burtiski „uzsprāgst", sadaloties daudzos sīkos pielienos. Mazākiem pilieniem vairs nav tik liela kinētiskā enerģija, turklāt tie jau ir uzkarsēti. Tādēļ ar bezkontakta ceļā saņemtā siltuma daudzumu pietiek, lai darbotos „tvaika atspere" (sk. 2. punktu). Pēc dažiem atlēcieniem neizbēgamās enerģijas disipācijas dēļ mazie pilieni zaudē savu svārstību enerģiju un paliek iepriekš aprakstītajā „slīdēšanas stāvoklī".

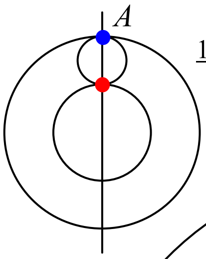
2. uzdevums. "Lodīšu gultņa noslēpums" *(9.–12. klase)*



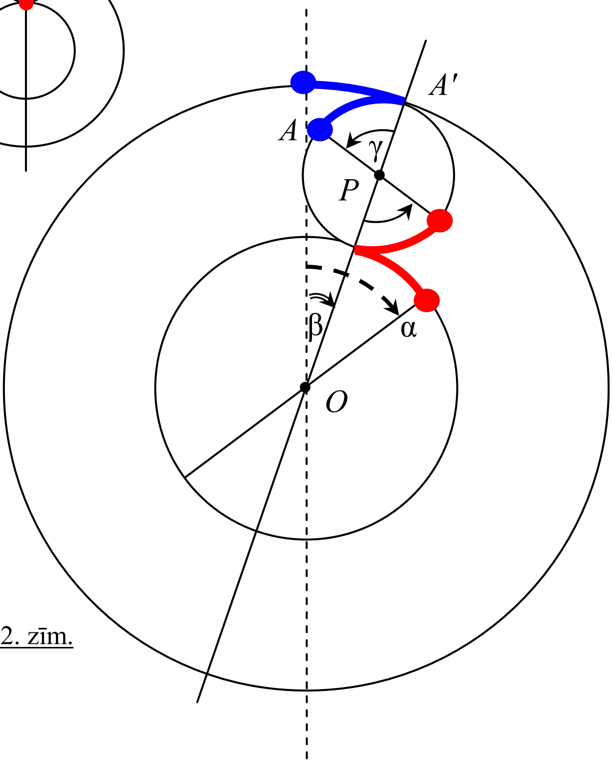
Lodīšu gultņa iekšējā gredzena rādiuss ir r, bet ārējā gredzena rādiuss – R. Cik reizes gultņa lodīte apripo ap savu asi, kamēr iekšējais gredzens veic n_1 apgriezienus, bet ārējais – n_2 apgriezienus? Lodīte, veļoties starp gredzeniem, neslīd.

Atrisinājums.

Vispirms vienosimies, ka par pozitīvu sauksim kustības virzienu pulksteņrādītāja virzienā. Apskatīsim kustību atskaites sistēmā, kurā ārējais gredzens ir nekustīgs. Šajā atskaites sistēmā gan iekšējais gredzens, gan lodīte veic par n_2 apgriezieniem mazāk.



1. zīm.



2. zīm.

Pirmajā zīmējumā ir attēlots gultnis kustības sākumā, kad gultņa lodītes punkts A pieskaras ārējam gredzenam. Iekšējam gredzenam un lodītei kustoties, iekšējais gredzens pagriezīsies par leņķi α ap gultņa centru O, bet lodītes centrs P pagriezīsies ap punktu O par leņķi β. Jaunais lodītes un ārējā gredzena saskarsmes punkts A' veido loku ar centra leņķi γ. Izvēlētajā atskaites sistēmā lodīte pagriezīsies ap savu centru P par leņķi $\gamma - \beta$ *negatīvajā* virzienā.

Katrs pilnais apgrieziens atbilst 360° (jeb 2π radiānu) lielam leņķim. Tā kā mūsu izraudzītajā atskaites sistēmā iekšējais gredzens būs izdarījis $n_1 - n_2$ apgriezienus, mēs varam rakstīt:

$$\frac{\alpha}{2\pi} = n_1 - n_2$$

Savukārt lodītes apgriezienu skaits šajā atskaites sistēmā ir

$$n_x = \frac{\beta - \gamma}{2\pi}$$

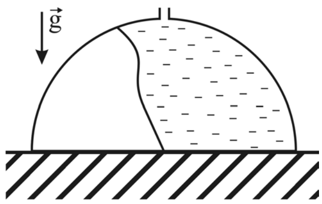
Lai atrisinātu uzdevumu līdz galam, ir nepieciešams uzrakstīt divas sakarības starp nezināmiem leņķiem. Tās iegūst no neslīdēšanas nosacījuma, kuru vispirms pielietosim ārējam gredzenam un lodītei (2. zīm., zilā krāsa). *To loku garumiem, kurus veido momentānas saskarsmes punkti, ir jābūt vienādiem*. T.k. loka garums ir vienāds ar loka centrālā leņķa (radiānos) reizinājumu ar aploces rādiusu, mēs varam pierakstīt šo nosacījumu kā $\gamma\rho = \beta R$, kur $\rho = (R - r)/2$ ir lodītes rādiuss. Neslīdēšanas nosacījums iekšējam gredzenam un lodītei (2. zīm., sarkanā krāsa) ir $(\alpha - \beta) r = \gamma\rho$. Izsakot n_x, iegūst

$$n_x = (n_2 - n_1)\frac{r}{R - r}$$

Noslēdzot risinājumu, ir jāatgriežas atskaites sistēmā, kurā ārējais gredzens ir veicis n_2 apgriezienus. Gala atbilde ir

$$\boxed{n = n_x + n_2 = \frac{n_2 R - n_1 r}{R - r}}$$

3. uzdevums. "Uzpeldošais zvans" *(9.–12. klase)*



Pussfēras formas zvana mala blīvi pieguļ galda virsmai. Caur atveri zvana augšpusē lej šķidrumu, kura blīvums ir ρ. Tikko ielietā šķidruma līmenis sasniedz atveri, zvans nedaudz paceļas un šķidrums apakšā sāk iztecēt.

Cik liela ir zvana masa, ja tā iekšējais rādiuss ir R?

Atrisinājums.

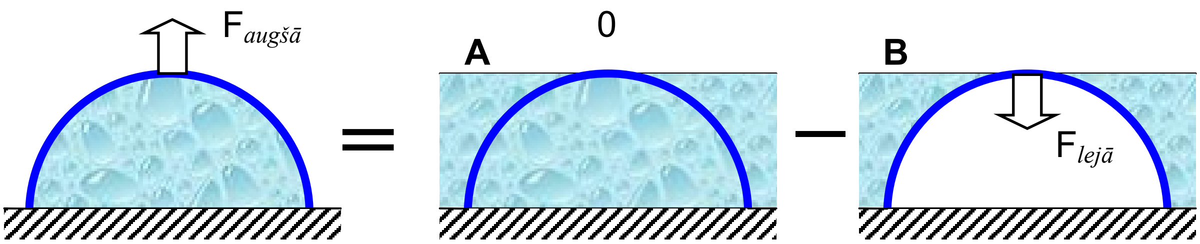
Zvanu paceļ spēks $F_{augšā}$, ar kuru līdz augšējai malai pielietais šķidrums darbojas uz pussfēru. Tajā brīdī, kad ielietais šķidrums sasniedz atveri, šis spēks līdzsvaro zvana svaru $M\,g$, kur M ir zvana masa:

$$M\,g = F_{augšā}$$

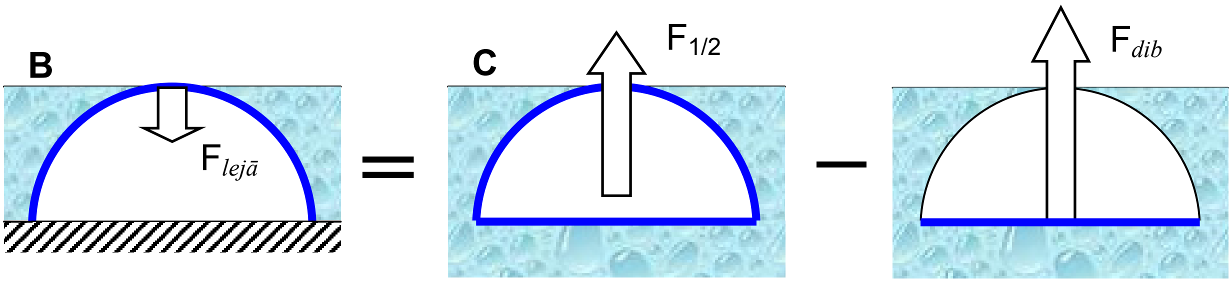
Šo spēku var atrast, izmantojot Arhimeda likumu. Tas prasa zināmu izdomu, jo šķidrums atrodas tikai zvana iekšpusē. Tādēļ iztēlosimies vispirms situāciju, kurā šķidrums atrodas gan ārpus, gan iekšpus zvana, un uzskatīsim, ka sieniņu biezumu var neievērot[1] (situācija **A**). Saskaņā ar Arhimeda likumu, kopējais spēks, kas darbojas uz zvanu situācijā **A**, ir vienāds ar nulli. Šo kopējo spēku var izteikt kā divu spēku summu:

$$0 = F_{augšā} - F_{lejā},$$

kur $F_{lejā}$ ir spēks, ar kuru zvanu piespiež pie virsmas ārpusē esošais ūdens (situācija **B**).



Lai aprēķinātu spēku $F_{lejā}$, apskatīsim otru papildkonstrukciju – hermētiski noslēgtu puslodes čaulu, kas ir iegremdēta ūdenī (situācija **C**). No ūdens puses uz puslodi darbojas kopējais spēks $F_{1/2}$, kurš sastāv no $F_{lejā}$ (spiediens uz izliektu virsmas daļu) un F_{dib} (spiediens uz plakano puslodes dibenu), kā parādīts otrajā „Arhimeda diagrammā":



$$F_{lejā} = F_{dib} - F_{1/2}$$

Tagad nezināmos spēkus var aprēķināt kā izspiestā ūdens svaru, $F_{1/2} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi R^3 \rho g$, un kā spiedienu uz plakanu virsmu, $F_{dib} = \pi R^2 \times \rho g R$. Izmantojot izrakstītos vienādojumus, iegūstam atbildi:

$$\boxed{M = \frac{\pi \rho R^3}{3}}$$

Protams, tie skolēni, kas pazīst augstākās matemātikas metodes, varēja atrisināt uzdevumu tiešā veidā nointegrējot ūdens spiediena spēku pa pussfēras virsmu.

Piezīme. Risinājuma tekstā burti F apzīmē spēku absolūtās vērtības, bet zīmējumos **F** ir vektors.

[1] Šis pieņēmums neietekmē risinājuma precizitāti.

Alternatīvs risinājums.

Divi olimpiādes dalībnieki – *Madars Virza* (9. klase) no Valmieras un *Asaf Harel* (12. klase) no Telavivas – ir pareizi atrisinājuši šo uzdevumu, neizmantojot papildkostrukcijas. Viņu īsais un elegantais atrisinājums ir sekojošs:

Apskatīsim spēku, kas darbojas uz galda virsmu tajā brīdī, kad zvans uzpeld. No vienas puses, tas ir vienāds ar sistēmas ūdens + zvans kopējo svaru:

$$F = m_{ūdens}\, g + M\, g = \left(\frac{2}{3}\pi\rho R^3 + M\right)g$$

No otras puses, šis spēks ir vienāds ar ūdens hidrostatiskā spiediena $p = \rho\, g\, R$ spēku:

$$F = p\, S = \rho g R \times \pi R^2 = \pi\rho R^3 g$$

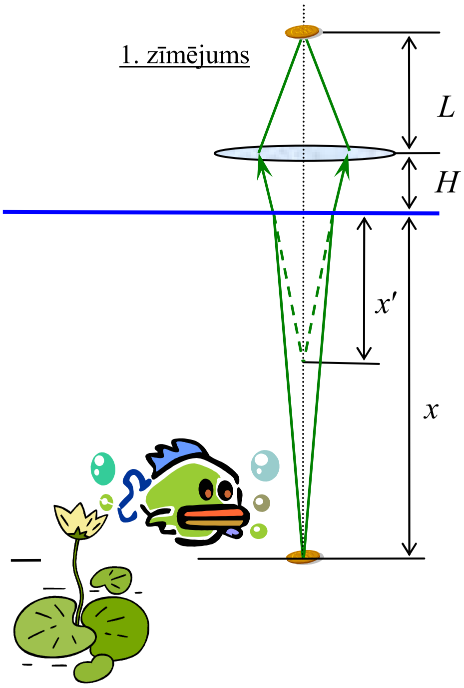
Pielīdzinot šīs divas spēka izteiksmes, iegūst uzdevuma atbildi:

$$\boxed{M = \frac{\pi\rho R^3}{3}}$$

4. uzdevums. “Dziļuma mērīšana ar lēcu” *(9.–12. klase)*

Baseina dibenā guļ priekšmets. Virs tā, $H = 20$ cm augstumā virs ūdens virsmas un tai paralēli ir novietota plāna lēca ar fokusa attālumu $F = 10$ cm. Priekšmeta attēls veidojas $L = 12{,}5$ cm attālumā no lēcas. Zināms, ka gaismas laušanas koeficients ūdenī ir $n = 1{,}33$. Noteikt baseina dziļumu! Leņķus uzskatīt par maziem, tā, lai varētu rakstīt tuvināti $\sin\alpha \approx \text{tg}\,\alpha$ un $\cos\alpha \approx 1$!

Atrisinājums.



1. zīmējums

Optiskā sistēma šajā uzdevumā sastāv no divām daļām – ūdens virsmas un savācējlēcas (1. zīm.). Pirmajā daļā priekšmeta izstarotās gaismas stari pāriet no ūdens gaisā. Gaismas laušanas dēļ tie veido šķietamo attēlu ūdenī citādākā dziļumā (apzīmēsim to ar x') nekā priekšmeta atrašanās dziļums (apzīmēsim to ar x). Savukārt šis šķietamais attēls kalpo par priekšmetu optiskās sistēmas otrajai daļai – lēcai. Tā kā attālums no šī starpattēla līdz lēcai ir $x' + H$ (skat. 1. zīm.), plānas lēcas formula mūsu gadījumam ir:

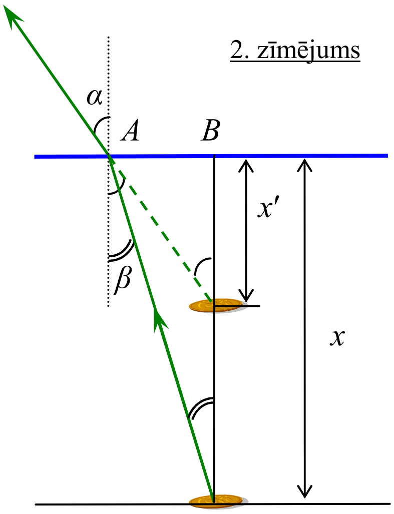
$$\frac{1}{x'+H} + \frac{1}{L} = \frac{1}{F}$$

Lai atrisinātu uzdevumu, atliek tikai atrast sakarību starp x un x' (2. zīm.). Izsakot kateti AB divos veidos, iegūst sakarību:

$$x'\,\text{tg}\,\alpha = x\,\text{tg}\,\beta$$

Leņķus α u β saista Snelliusa likums:

$$\sin\alpha = n\sin\beta$$



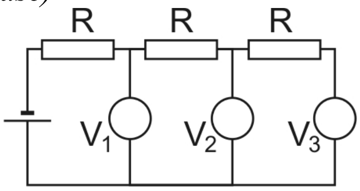
2. zīmējums

Izmantojot mazo leņķu tuvinājumu $\sin\alpha \approx \text{tg}\,\alpha$, iegūstam $x' = x/n$. Ievietojot šo rezultātu lēcas formulā, iegūstam atbildi baseina dziļumam:

$$\boxed{x = n\left(\frac{LF}{L-F} - H\right) = 40\ cm}$$

5. uzdevums. "Viss tā kā ir vienāds, bet rāda dažādi" *(9. un 10. klase)*

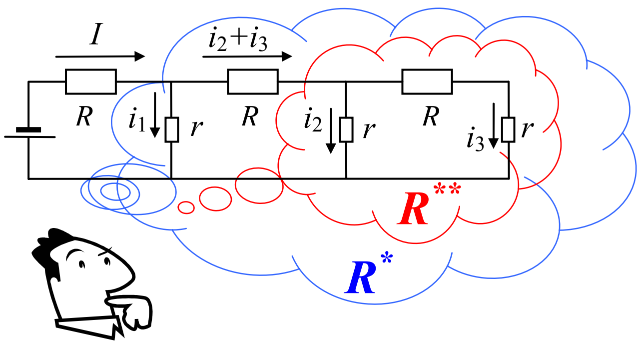
Zīmējumā attēlotajā elektriskajā ķēdē visiem patērētājiem ir vienādas elektriskās pretestības. Arī voltmetri ir vienādi. Taču pirmais voltmetrs uzrāda $U_1 = 10$ V, bet trešais voltmetrs – $U_3 = 8$ V. Cik voltus uzrāda otrais voltmetrs?



Atrisinājums.

Ja voltmetri būtu ideāli (ar bezgalīgi lielu iekšējo pretestību), tad caur tiem neplūstu strāva un visu voltmetru rādījumi būtu vienādi. Tādēļ mums ir jāpieņem, ka voltmetriem piemīt iekšējā pretestība r un caur tiem plūst no nulles atšķirīgas strāvas i_1, i_2 un i_3. Lādiņa nezūdamības dēļ varam rakstīt vienādojumu kopējai strāvai I:

$$I = i_1 + i_2 + i_3$$



Katru lielumu šajā vienādojumā izteiksim, izmantojot Oma likumu ķēdes posmam:

$$\frac{U_1}{R^*} = \frac{U_1}{r} + \frac{U_2}{r} + \frac{U_3}{r}$$

kur R^* ir kopējā pretestība ķēdes posmam, kas ir iezīmēts zīmējumā ar lielāku (zilu) kontūru.

Līdzīgi mēs varam apskatīt ķēdes posmu, kas ir iezīmēts ar mazāku (sarkanu) kontūru. Apzīmējot šī ķēdes posma kopējo pretestību ar R^{**} , analoģiski iegūstam:

$$\frac{U_2}{R^{**}} = \frac{U_2}{r} + \frac{U_3}{r}$$

Nezināmās pretestības izsakām, izmantojot virknes un paralēlā slēguma likumus:

$$\frac{1}{R^{**}} = \frac{1}{r} + \frac{1}{R+r}$$

$$\frac{1}{R^{*}} = \frac{1}{r} + \frac{1}{R+R^{**}}$$

No uzrakstītajiem vienādojumiem var izslēgt nezināmās pretestības r, R, R^* un R^{**}. Pēc diezgan gariem, bet tiešiem algebriskajiem pārveidojumiem, iegūstam kvadrātvienādojumu attiecībā pret nezināmo U_2:

$$U_2^2 + U_2U_3 - U_3^2 - U_1U_3 = 0$$

Šī vienādojuma pozitīvā sakne sniedz uzdevuma atbildi:

$$\boxed{U_2 = \frac{\sqrt{4U_1U_3 + 5U_3^2} - U_3}{2} = 8{,}65\ V}$$

Negatīvā sakne $U_2 < 0$ atbilst negatīvai voltmetra pretestībai, kas ir fizikāli neiespējami.

6. uzdevums. "Silda un atdzesē" *(9. klase)*

Elektriskajā tējkannā, kuras jauda ir $N = 500$ W, divu minūšu $\tau_1 = 2$ min laikā sasilda ūdeni no $t_1 = 85$ °C līdz $t_2 = 90$ °C. Kad tējkannu izslēdz, pēc vienas minūtes $\tau_2 = 1$ min ūdens temperatūra ir nokritusi par $\Delta t = 1$ °C.

Noteikt, cik daudz ūdens ir tējkannā!

Atrisinājums.

Uzdevuma atrisināšanai ir jāuzraksta siltuma bilances vienādojumi abiem procesiem – ūdens sildīšanai un ūdens dzesēšanai.

Kamēr tējkanna ir ieslēgta, no tās saņemtais siltuma daudzums aiziet ūdens uzsildīšanai, kā arī daļēji tiek zaudēts apkārtējā vidē. Siltumu zudumu jaudu N_Z var uzskatīt aptuveni par konstantu, jo ūdens temperatūras izmaiņas ir nelielas salīdzinot ar ūdens un apkārtējās vides temperatūru starpību. Siltuma bilances vienādojums sildīšanas procesam ir

$$N\tau_1 = cm(t_2 - t_1) + N_Z\tau_1,$$

kur $c = 4200$ J/(kg·°C) ir ūdens īpatnējā siltumietilpība, m ir ūdens masa.

Pēc tējkannas izslēgšanas ūdens zaudē siltumu saskaņā ar vienādojumu:

$$cm\Delta t = N_Z\tau_2$$

No šiem diviem vienādojumiem var izslēgt nezināmo N_Z un izteikt ūdens masu:

$$\boxed{m = \frac{N\tau_1}{c\left(t_2 - t_1 + \Delta t\dfrac{\tau_1}{\tau_2}\right)} = 2{,}0\ \text{kg}}$$

7. uzdevums. "Kuģa modelis" *(10.–12. klase)*

Kuģa modeļa masa ir $m = 0{,}5$ kg. To iestumj ūdeni ar ātrumu $v_0 = 10$ m/s un, modelim peldot, uz to darbojas ātrumam proporcionāls pretestības spēks: $F = -k\cdot v$ ($k = 0.5$ kg/s).

a) Noteikt kuģa modeļa noieto ceļu S_1, līdz momentam, kad tā ātrums samazinās divkārt!

b) Noteikt kuģa modeļa noieto ceļu S_2, līdz tas apstājas!

Atrisinājums.

Ātrums ir atkarīgs no laika pēc kāda nezināma likuma. Mazā laika intervālā Δt kuģa modelis veic attālumu $\Delta S = v\,\Delta t$. Savukārt, pēc otrā Ņūtona likuma, impulsa izmaiņa šajā laika posmā ir vienāda ar ārējā spēka impulsu:

$$m\,\Delta v = F\,\Delta t$$

$$m\,\Delta v = -kv\Delta t = -k\,\Delta S$$

Koeficienti m un k nav atkarīgi no laika, līdz ar to sakarība starp veikto ceļu S un kuģa ātrumu v *visu kustības laiku paliek lineāra*. Vispārīgā veidā to var pierakstīt kā

$$S - S_0 = -\frac{m}{k}(v - v_0)$$

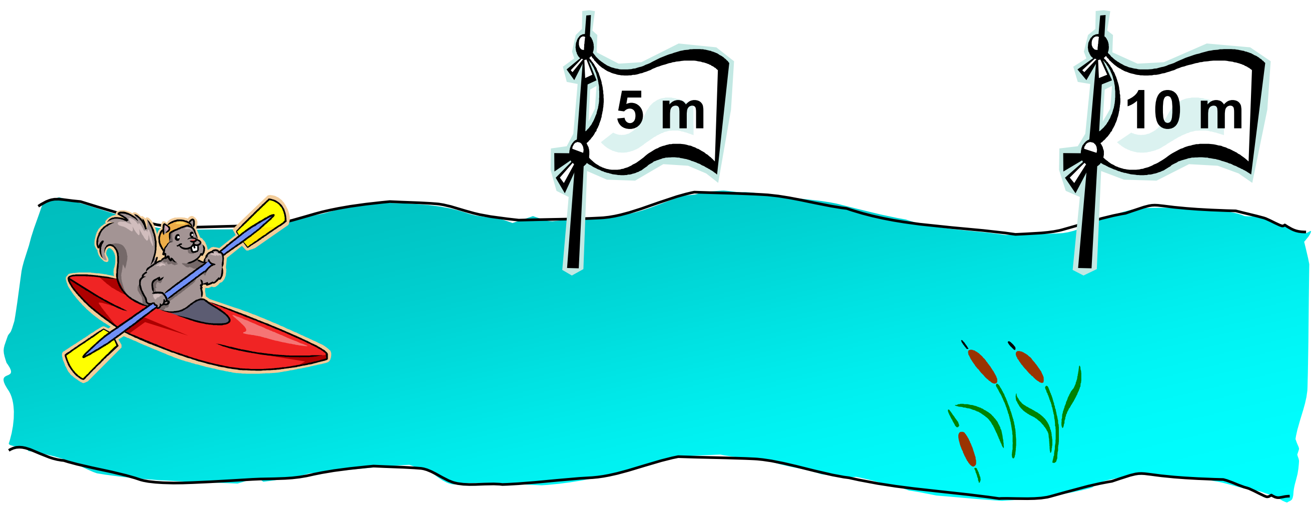
kur S_0 un v_0 apzīmē nobraukto ceļu un ātrumu sākuma momentā. Izmantojot to, $S_0 = 0$ un $v = v_0$, iegūstam galveno sakarību starp veikto ceļu S un ātrumu v:

$$S = -\frac{m}{k}(v - v_0) = \frac{m}{k}(v_0 - v).$$

$$\boxed{a)\ S_1 = \frac{m}{k}\left(v_0 - \frac{v_0}{2}\right) = \frac{m\,v_0}{2\,k} = 5\,m}$$

$$\boxed{b)\ S_2 = \frac{m}{k}(v_0 - 0) = \frac{m\,v_0}{k} = 10\,m}$$

Piebilde. Tie skolēni, kuri ir pazīstami ar diferenciālrēķinu pamatiem, varēja iegūt sakarību $S(t) = \frac{mv_0}{k}\left(1 - e^{-kt/m}\right)$ un izmantot to uzdevuma atrisināšanai. Interesanti atzīmēt, ka pēc šīs formulas aprēķinātais laiks, kas paiet līdz modeļa pilnīgas apstāšanās brīdim, tiecas uz bezgalību. Tas ir saistīts ar modeļpieņēmuma $F = -k\cdot v$ nepiemērotību mazajiem ātrumiem. Jāatzīmē, ka šī nepilnība praktiski neietekmē iegūto atbilžu precizitāti.



8. uzdevums. "Gāze ziepju burbulī" *(11. un 12. klase)*

Ziepju burbulī ieslēgtai ideālai vienatomu gāzei tiek pievadīts siltums. Noteikt 1 mola gāzes siltumietilpību, ja šajā procesā spiedienu burbuļa ārpusē var neievērot!

(**Piebilde:** Spiedienu, ko rada ziepju plēvītes virsmas spraiguma spēki burbuļa iekšpusē, aprēķina pēc Laplasa formulas $p = 4\sigma/r$, kur σ ir virsmas spraiguma koeficients, r ir sfēriskā burbuļa rādiuss.)

Atrisinājums.

Siltumietilpību definē kā gāzei pievadītā siltuma daudzuma attiecību pret temperatūras izmaiņu:

$$C = \frac{\delta Q}{\Delta T}$$

Pirmais termodinamikas likums nosaka, ka pievadītais siltuma daudzums pāriet pastrādātajā darbā un gāzes iekšējās enerģijas palielināšanā:

$$\delta Q = A + \Delta U$$

Viena mola vienatomu ideālās gāzes iekšējo enerģiju pierakstīt ir vienkārši:

$$U = (3/2)\, R\, T.$$

Lai iegūtu izteiksmi darbam A, uzdosim jautājumu: attiecībā pret kuru sistēmu gāze pastrādā darbu? Mūsu gadījumā tā ir tikai ziepju burbulis, jo mēs ignorējam ārējo spiedienu. *Gāzes pastrādātais darbs palielina ziepju plēves iekšējo enerģiju*:

$$A = \Delta E$$

E nav nekas cits kā virsmas spraiguma enerģija. Lai to pareizi pierakstītu, ir jāņem vērā gan iekšējā, gan ārējā virsma, kuru laukumi $4\pi r^2$ ir praktiski vienādi:

$$E = 2 \times 4\pi r^2 \times \sigma = 8\pi r^2 \sigma$$

Izmantojot spiediena $p = 4\sigma/r$ un tilpuma $V = (4/3)\pi r^3$ formulas, kā arī stāvokļa vienādojumu, $p\, V = R\, T$, varam izteikt E caur termodinamiskajiem lielumiem:

$$E = 8\pi r^2 \sigma = (3/2)\times(4\sigma/r)\times(4\pi r^3/3) = (3/2)pV = (3/2)RT$$

No iegūtām sakarībām redzam, ka apskatāmajā procesā siltumietilpība ir divreiz lielāka nekā izohoriskajā procesā:

$$\delta Q = C\,\Delta T = \Delta E + \Delta U = 2\Delta U = 2(3/2)R\,\Delta T \Rightarrow \boxed{C = 3R}$$

Esam ieguvuši interesantu rezultātu, ka ziepju burbuļa siltumietilpība nav atkarīga no tā rādiusa vai šķidruma īpašībām. Šis rezultāts paliek spēkā, kamēr ārējas spiediens p_0 ir daudz mazāks par virsmas spraiguma spēku radīto spiedienu: $p_0 \ll p = 4\sigma/r$.

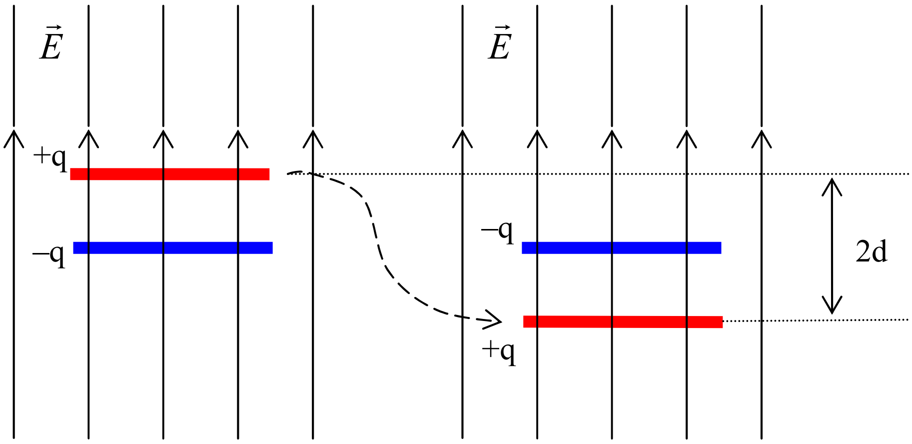
9. uzdevums. "Rotējošais kondensators" *(11. un 12. klase)*

Plakņu kondensators ievietots homogēnā elektriskajā laukā, kura intensitāte E ir vērsta perpendikulāri kondensatora klājumiem. Attālums starp kondensatora klājumiem ir d, katra klājuma laukums – S un abu klājumu lādiņi $+q$ un $-q$ ir izvietoti pa tiem vienmērīgi.

Cik liels darbs ir jāveic, lai kondensatoru pagrieztu par 180° ap asi, kas perpendikulāra elektriskā lauka virzienam?

Atrisinājums.

Salīdzināsim kondensatora sākuma un beigu stāvokļus:



Kondensatora pagriešana par 180° ir ekvivalenta augšējā klājuma paralēlai pārnesei, jo sistēmas kopējais lādiņš ir vienāds ar nulli.

Lai augšējo klājumu pārnestu uz leju, ir jāpastrādā darbs $\boxed{W = q\,E \times 2\,d}$.

Piebilde. Ekvivalentu atrisinājumu iegūst, salīdzinot sistēmas enerģiju ārējā laukā sākuma stāvoklī ar enerģiju beigu stāvoklī, un ņemot vērā to faktu, ka kondensatora klājumu savstarpējās mijiedarbības enerģija pagriešanas rezultātā nemainās. Abu risinājumu gaitā nav nepieciešams izmantot plakana kondensatora enerģijas formulu vai pieņemt, ka elektriskais lauks starp klājumiem ir homogēns.